

# Single-Index type model to estimate the intensity of a spatial point process with applications to eye-movement data

**Encadrants** : JEAN-FRANÇOIS COEURJOLLY<sup>1</sup> & DAVID ALLEYSSON<sup>2</sup>

<sup>1</sup> LJK, Grenoble, Jean-Francois.Coeurjolly@upmf-grenoble.fr

<sup>2</sup> LPNC, Grenoble, david.alleysson@upmf-grenoble.fr



**Lieu du stage** : Laboratoire Jean Kuntzmann, Campus Universitaire de Grenoble.

**Période et rémunération** : printemps 2014, gratification de stages standard.

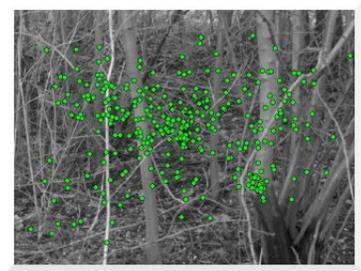
**Pré-requis** : Cours de Probabilités et Statistique de niveau M1/M2, connaissance du logiciel R.

**Sujet** : Les processus ponctuels sont des modèles stochastiques qui permettent de modéliser des points ou particules ou plus généralement des objets géométriques en interaction. Ces processus (voir e.g. [1] pour une présentation générale) sont utilisés dans de très nombreuses applications en foresterie (pour modéliser la localisation d'arbres), en démographie (localisation d'espèces), en planétologie (distribution de galaxies), en vision. La principale problématique en vision humaine justement est de déterminer la quantité d'information transmise par l'échantillonnage de la rétine. Parce qu'elle est en mouvement constant, l'information mesurée par la rétine est difficilement quantifiable. C'est pourquoi un modèle de processus ponctuel pour lequel l'élément ponctuel est la position de la rétine à un instant donné permet de prendre en compte l'ensemble des images qui sont mesurées par delà la rétine. De nombreuses études montrent des images de positions de la rétine face à une scène donnée. Une des méthodes d'application des processus ponctuels est de déterminer la fonction d'intensité de fixation sur une image particulière (voir la figure ci-dessous par exemple). La fonction visuelle sera ainsi interprétée comme la fonction d'intensité des fixations (une réalisation) résultant d'une scène particulière. La problématique est alors d'essayer de relier cette réalisation à l'information de l'image visionnée. Typiquement l'information en question correspond à la radiance fonction spatiale notée  $r(u)$  information recueillie en tout point de l'image. La problématique du stage est plus précisément de relier l'image à l'intensité du processus ponctuel qui est une fonction spatiale notée  $\rho$  s'interprétant comme la probabilité d'observer un point dans une boule infinitésimale centrée en  $u$ ; la fonction de lien étant mal connue, l'idée est de considérer un modèle type 'single-index model' bien connu en modélisation semi-paramétrique dans un contexte standard, voir [3]. Ce modèle est défini par

$$\rho(u) = G(\theta^\top z(u)), \quad \theta \in \mathbb{R}^p, G : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^+$$

où  $z(u) = (z_1(u), \dots, z_p(u))$  sont des covariables spatiales éventuellement aléatoires ( $z_1$  pourrait correspondre à  $r(u)$ ,  $z_2$  à son gradient, les autres covariables à d'autres informations auxiliaires spatiales, ...). Inférer ce modèle constitue un challenge non considéré à l'heure actuelle dans la littérature et consiste à estimer le paramètre vectoriel  $\theta$  (voir par exemple [4] lorsque la fonction  $G$  est connue) et à estimer de façon non paramétrique la fonction  $G$ . Le travail consistera donc à adapter au cadre des processus ponctuels la méthodologie développée dans le cadre du single-index model original consistant au modèle  $E[Y(t)|z] = f(\theta^\top z(t))$ ,  $t \in \mathbb{R}$ ,  $Y(t) \in \mathbb{R}$  (voir e.g. [3]).

Le stage comporte à la fois des volets bibliographiques, des aspects théoriques concernant la convergence des estimateurs développés, des aspects computationnels en développant les procédures sous le logiciel R et en les testant (en utilisant le très complet paquet R `spatstat` [5]) et des aspects applicatifs en analysant des jeux de données réels.



## Références :

[1] J. Møller and R. Waagepetersen, *Statistical Inference for Spatial point processes*, Chapman and Hall, 2004.

[2] S. Barthélémy, H. Trukenbrod, R. Engbert and F. Wichmann, *Modeling fixation locations using spatial point processes*, Journal of Vision, vol. 13(12), 2013.

[3] R. Waagepetersen, R. and Y. Guan, *Two-step estimation for inhomogeneous spatial point processes*. Journal of the

Royal Statistical Society : Series B (Statistical Methodology), 71(3), 685-702, 2009.

[4] W. Härdle, A. Werwatz, M. Müller and S. Sperlich, *Nonparametric and Semiparametric Models*. Springer Series in Statistics, 2004.

[5] A. Baddeley and R. Turner, *spatstat : An R Package for Analyzing Spatial Point Patterns*, Journal of Statistical Software, 12(6), 2005.